Нақты сандар. Сандық тізбектер.

2-Дәріс

<u>Тақырыбы:</u> Жиындар. Жиындарға амалдар қолдану және олардың қасиеттері. Нақты сандар жиыны. Бірі бірінің ішіне енгізілген кесінділер. Сандық жиындардың дәл шекаралары.

1^0. Жиындардың теңдігі. Жоғарыда анықталған $\subset$ кірістіру символы бойынша жиындардың теңдігі анықталады.

Егер E және F жиындары үшін $E \subset F$ және $F \subset E$ кірістірулері бірдей орындалса, онда E және F жиындары тең дейді де , $E = F$ символымен белгілейді.

2^0. Жиындардың қиылысуы. E және F жиындарының *қиылысуы* деп $E \cap F = \{x : x \in E, x \in F\}$ жиынын, яғни E және F жиындарында бірдей жататын x элементтерінен құрылған жиын аталады.

3^0. Жиындардың біріктіруі. E және F жиындардың біріктіруі деп $E \cup F = \{x : x \in E, x \in F\}$ жиынын, яғни E және F жиындарының кемінде біреуінде жатқан элементтеріне құрылған жиынды айтады (бұған E мен F -те жататын элементтер де кіреді).

4^0. Жиындардың айырымы. E және F жиындарының *айырымы* деп $E - F = \{x : x \in E, x \notin F\}$ жиыны, яғни E жиынында жатып, F жиынында жатпайтын x элементтерінің жиыны ататлады.

Абсолюттік шама. a нақты сан үшін

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{егер} \quad a \geq 0 \quad \text{болса} \\ -a, & \text{егер} \quad a < 0 \quad \text{болса} \end{cases}$$

формуласы бойынша анықталған санды a -ның *абсолюттік шамасы* деп атайды.

Абсолюттік шаманың келесі негізгі қасиеттерін дәлелдейік:

1^0. Егер $a \neq 0$ болса, онда $|a| > 0; \quad |0| = 0.$

2^0. $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$

3^0. $\left|\frac{1}{a}\right| = \frac{1}{|a|} (a \neq 0)$

4^0. $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|} (b \neq 0)$

5^0. Әрбір оң ε саны үшін $|a| < \varepsilon$ және $-\varepsilon < x < \varepsilon$ теңсіздіктері пара- пар.

6^0. Әрбір $\varepsilon \geq 0$ үшін $|x| \leq \varepsilon$ және $-\varepsilon \leq x \leq \varepsilon$ теңсіздіктері пара – пар.

7^0. $|a + b| \leq |a| + |b|$

Санды жиындар. Ақырсыз сандар. Көп жағдайларда $+\infty$ және $-\infty$ символдары пайдалы болады. Бұл символдарды *ақырсыз сандар* деп атаймыз да, келесі шарттар орындалады деп ұйғарамыз:

1^0. Егер x нақты сан болса, онда $-\infty < x < +\infty, \quad x+\infty = +\infty, \quad x-\infty = -\infty, \quad \frac{x}{+\infty} = \frac{x}{-\infty} = 0, \quad (+\infty)+(+\infty) = +\infty,$ $(-\infty)+(-\infty) = -\infty, \quad (+\infty)-(-\infty) = +\infty$

2^0. Егер $x > 0$ болса, онда $x\cdot(+\infty) = +\infty, \quad x\cdot(-\infty) = -\infty, \quad (-\infty)\cdot(+\infty) = -\infty, \quad (+\infty)\cdot(+\infty) = +\infty$

3^0. Егер $x < 0$болса, онда $x\cdot(+\infty) = -\infty, \quad x\cdot(-\infty) = +\infty$ болады.

Сандық тізбектің шегі. Сандық тізбектердің дәл жоғарғы және дәл төменгі шекарасы. Жинақты тізбектің қасиеттері. Жинақты тізбектерге қолданылатын арифметикалық амалдар.

Нақты сандар тізбегі және оның шегі

Анықтама. ***Нақты сандар тізбегі*** *деп натурал сандар жиынында анықталған* $f : N \to R$ *функциясын атайды.* f *функциясының* $n \in N$ *санына сәйкес мәнін* $x_n = f(n),\ n \in N$ *(немесе* a_n, b_n *т.с.с.) арқылы белгілейді де оларды* ***тізбек мүшелері*** *немесе* ***элементтері,*** n *– санын* x_n *– мүшесінің нөмірі деп атайды.*

Тізбекті $\{x_n\}; \quad x_1, x_2, ..., x_n; ...,$ $\{x_n\}_{n=1}^{\infty};$ $x_n,\ n \in N;$ $x_n,\ n = 1,2,...$ символдарының бірімен белгілейтін боламыз.

Анықтама. *Егер кез келген* $\varepsilon > 0$ *саны арқылы барлық* $n > n_\varepsilon$ *нөмірлері үшін* $|x_n - a| < \varepsilon$ *теңсіздігі орындалатындай* n_ε *оң саны (*ε *– санына тәуелді) табылса, онда* a ***саны*** $\{x_n\}$ ***тізбегінің шегі*** *деп аталады да*

$\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$ немесе $x_n \to a \quad (n \to \infty)$

арқылы белгіленеді, және $\{x_n\}$ **тізбегінің** a **санына тең шегі бар,** немесе $\{x_n\}$ **тізбегі** a **санына ұмтылады** немесе $\{x_n\}$ **тізбегі** a **санына жинақталады** дейді.

Егер $x_n = a, \forall n \in N$ болса, онда $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \lim a = a$ екені анық.